

6) Se consideră paralelogramul ABCD. Să se determine coordonatele vectorilor: a) \vec{AB} ; b) \vec{CA} ; c) \vec{CD} ; d) \vec{BC} ; e) \vec{AD} .

7) Se consideră paralelogramul ABCD astfel încât $\vec{DN} = \frac{1}{3}\vec{NC}$. Să se determine coordonatele vectorilor \vec{AC} , \vec{BD} , \vec{AM} , \vec{AN} și \vec{NB} .

8) Se consideră paralelogramul ABCD. Să se determine coordonatele vectorilor \vec{AC} și \vec{BD} vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AD} și \vec{BC} .

9) Se consideră triunghiul ABC. Să se descompună după direcțiile laturilor AB și AC vectorii \vec{AD} și \vec{AE} .

10) Se consideră hexagonul ABCDEF. Să se determine coordonatele vectorului \vec{AD} în raport cu vectorii \vec{AC} și \vec{AE} .

11) Se consideră triunghiul ABC. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AD} și \vec{AE} .

12) Se consideră triunghiul ABC. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AD} și \vec{AE} .

- a) coordonatele vectorilor \vec{AD} și \vec{AE} în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} ;
- b) coordonatele vectorilor \vec{AD} și \vec{AE} în raport cu vectorii \vec{AM} și \vec{AN} .

13) Se consideră triunghiul ABC. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AD} și \vec{AE} .

14) Se consideră trapezul ABCD, $\frac{DC}{AB} = k, k \in (0; 1)$ și $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AD} ale vectorilor: a) \vec{CD} ; b) \vec{DA} ; c) \vec{BC} ; d) \vec{AC} ; e) \vec{DB} ; f) \vec{PD} , unde $\{P\} = AD \cap BC$.

segmentului [BC]. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AD} și \vec{AE} .

aturii [BC] și punctul N este mijlocul laturii [BC]. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AD} vectorii \vec{AN} și \vec{BN} .

mpună după direcțiile laturilor AB și AC vectorii \vec{AD} și \vec{AE} după direcțiile vectorilor \vec{AB} și \vec{AC} .

$\vec{DC} = 2\vec{BD}$ și $\vec{AE} = 4\vec{ED}$. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AD} , \vec{AD} , \vec{AE} , \vec{BE} și \vec{EC} .

coordonatele vectorului \vec{AD} în raport cu vectorii \vec{AC} și \vec{AE} .

ctul G. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AG} și \vec{BG} .

t $\vec{BM} = \vec{MN} = \vec{NC}$. Să se determine coordonatele în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} vectorii \vec{AM} și \vec{AN} .

- a) coordonatele vectorilor \vec{AD} și \vec{AE} în raport cu vectorii \vec{AB} și \vec{AC} ;
- b) coordonatele vectorilor \vec{AD} și \vec{AE} în raport cu vectorii \vec{AM} și \vec{AN} .

Vectori coliniari. Probleme de coliniaritate

1) Se consideră triunghiul ABC cu centrul de greutate în G. Punctele M, N și P sunt respectiv mijloacele laturilor BC, AC și AB.

- a) Să se decidă care din următorii vectori este coliniar cu vectorul \vec{BC} : \vec{BM} , \vec{AN} , \vec{PN} , $\vec{AB} + \vec{CA}$, $\vec{GB} + \vec{GC}$, $\vec{PA} + \vec{PM}$.
- b) Să se decidă care din următorii vectori este coliniar cu vectorul \vec{AM} : \vec{AG} , $\vec{AB} + \vec{AC}$, \vec{BC} , $\vec{MP} + \vec{MN}$, \vec{GM} , $\vec{NP} + \vec{NC}$, \vec{GC} .

2) Să se demonstreze că dacă vectorii \vec{a} și \vec{b} sunt coliniari, atunci și vectorii $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ și $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ sunt coliniari.

3) Să se demonstreze că dacă vectorii $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$ și $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$ sunt coliniari, atunci și vectorii \vec{a} și \vec{b} sunt coliniari.

4) Se consideră triunghiul ABC și punctele P, Q, R astfel încât $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ și $\overrightarrow{RB} = \frac{1}{7}\overrightarrow{BC}$. Să se demonstreze că punctele P, Q și R sunt coliniare.

5) Se consideră triunghiul MNP și punctele C, D, E astfel încât $\overrightarrow{CN} = 3\overrightarrow{NP}$, $\overrightarrow{ND} = \overrightarrow{MN}$ și $\overrightarrow{ME} = 3\overrightarrow{MP}$. Să se demonstreze că punctele C, D și E sunt coliniare.

6) Se consideră triunghiul ABC și punctele M, N, P astfel încât $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ și $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$. Să se demonstreze că vectorii \overrightarrow{BP} și \overrightarrow{PC} nu sunt coliniari.

7) Se consideră paralelogramul ABCD și punctele E, R și S astfel încât $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{DR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ și $\overrightarrow{CS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$. a) Să se exprime vectorii \overrightarrow{BE} și \overrightarrow{RS} în funcție de \overrightarrow{AB} și \overrightarrow{AD} . b) Să se stabilească dacă vectorii \overrightarrow{BE} și \overrightarrow{RS} sunt coliniari.

8) Se consideră paralelogramul ABCD și punctele M, N astfel încât $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$ și $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MD}$. a) Să se exprime vectorul \overrightarrow{MN} în funcție de \overrightarrow{AB} și \overrightarrow{AD} . b) Să se demonstreze că punctele A, C și N sunt coliniare.

9) Se consideră trapezul ABCD cu $AB \parallel DC$ și punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$ și $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{ND}$. Să se demonstreze că vectorii \overrightarrow{MN} și \overrightarrow{AB} sunt coliniari.

10) Se consideră triunghiul ABC și punctele D, E, F astfel încât $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$ și $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$. Să se demonstreze că punctele B, E, F sunt coliniare și să se determine raportul $\frac{BE}{BF}$.

11) Se consideră patrulaterul convex ABCD și punctele $E \in (AB)$, $F \in BC$, $G \in CD$ astfel încât $EF \parallel AC$ și $EG \parallel AD$. Să se demonstreze că dreptele FG și CD sunt paralele.

12) Se consideră vectorii \vec{u} și \vec{v} . Să se demonstreze că vectorii \vec{u} și \vec{v} sunt coliniari dacă și numai dacă vectorii $\vec{u} + \vec{v}$ și $\vec{u} - \vec{v}$ sunt coliniari.

13) Se consideră vectorii \vec{a} și \vec{b} . Să se stabilească valoarea de adevăr a propozițiilor:

$$(p1) |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| \Rightarrow \vec{a} \text{ și } \vec{b} \text{ coliniari.}$$

$$(p2) |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Rightarrow \vec{a} \text{ și } \vec{b} \text{ coliniari.}$$

$$(p3) \vec{a} \text{ și } \vec{b} \text{ coliniari} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|.$$

14) Se consideră paralelogramul ABCD și punctele M, N, P, Q astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ și $\overrightarrow{CQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$. Se notează $AQ \cap DN = \{E\}$, $CM \cap DN = \{F\}$, $BP \cap AQ = \{H\}$ și $BP \cap CM = \{G\}$. Să se demonstreze că patrulaterul EFGH este paralelogram și diagonalele acestuia sunt paralele cu laturile paralelogramului ABCD.

15) Se consideră paralelogramul ABCD și punctele M, N, P, Q astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CQ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$. Se notează $AP \cap DM = \{E\}$, $AQ \cap DN = \{F\}$ și $BQ \cap CN = \{G\}$. Să se demonstreze că punctele E, F și G sunt coliniare.

16) Se consideră trapezul ABCD cu $AB \parallel DC$ și punctele M, N, P, Q astfel încât $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$ și $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QD}$. Se notează $AP \cap DN = \{E\}$ și $BQ \cap CM = \{F\}$. Să se demonstreze că $EF \parallel AB$.

17) Se consideră hexagonul regulat ABCDEF și punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MF}$ și $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{ND}$. Să se demonstreze că vectorii $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM}$ și \overrightarrow{MN} sunt coliniari.

Coordonatele unui vector. Vectori de

În acest capitol se conține un sistem de coordonate cartezian ortonormat xOy cu versorii axelor \vec{i} și \vec{j} .

1) Să se precizeze coordonatele punctelor $A(2; -2)$, $B(-3; 4)$, $C(-\sqrt{2}; -\sqrt{3})$, $D(1; 2)$.

2) Să se determine:
a) axele absciselor, ordonatei și alți parametri ai sistemului de coordonate.

3) Să se determine coordonatele punctelor:
a) $M(1; -3)$, $N(-2; 1)$
b) $\vec{r}_M = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{r}_N = -\vec{i} + 2\vec{j}$
c) $M(-1; 2)$, $N \in Ox$

4) Se consideră vectorul \vec{v} .
a) coordonatele punctului A
b) coordonatele punctului B
c) lungimea vectorului \vec{v}

5) Se consideră punctele $A(1; 2)$ și $B(3; 4)$. Să se determine coordonatele punctului C astfel încât modulul vectorului \overrightarrow{CD} este egal cu 5.

6) a) Să se determine coordonatele punctului C astfel încât vectorii \overrightarrow{AC} și $\overrightarrow{CD}(2; -1)$ sunt coliniari.
b) Să se demonstreze că vectorii $\vec{u} = m\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ nu sunt coliniari pentru orice $m \in \mathbb{R}$.

7) Să se determine a , b astfel încât vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$ și $\vec{v} = b\vec{i} + 3\vec{j}$ sunt coliniari și $|\vec{v}| = 5$.

8) a) Să se demonstreze că vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.
b) Se consideră punctele $A(1; 2)$ și $D(4; 5)$. Să se determine coordonatele punctului B astfel încât dreptele AB și CD să fie paralele.

9) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u} = (a; 2; 3)$ și $\vec{v} = (a; 1)$ să fie coliniari.

10) Se consideră vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorilor $\vec{w} = \vec{u} + 3\vec{v}$ și $\vec{z} = 2\vec{u} - \vec{v}$.