

**IZOMORFISM. SUBGRUP.**  
**(MODEL DE SUBIECT PENTRU LUCRAREA DE CONTROL**  
**LA CLASA A XII-A)**

**Delimitarea materiei:**

- morfisme și izomorfisme de grupuri;
- subgrupuri;
- ordinul unui element.

**TEST**

1. Să se determine ordinul elementelor:

- a)  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  în grupul  $(S_3, \cdot)$ .
- b) 18 în grupul  $(R_{20}, \oplus)$ .

2. Se consideră mulțimea  $H = \{a - b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 5b^2 = 1\}$ .

Să se arate că  $(H, \cdot)$  este subgrup al grupului  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ .

3. Fie  $(G, *)$  și  $(G', \circ)$  două grupuri și  $f: G \rightarrow G'$  un izomorfism al acestora. Dacă  $a \in G$ ,  $f(a) = b$  și  $\text{ord } b = 3$ , să se arate că  $\text{ord } a = 3$ .

4. Se consideră mulțimea

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & bi \\ 0 & 0 & 0 \\ bi & 0 & a \end{pmatrix} \mid a^2 + b^2 \neq 0, a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1 \right\}$$

- a) Să se arate că  $G$  este parte stabilă a mulțimii  $M_3(\mathbb{C})$  în raport cu înmulțirea matricelor.
- b) Presupunând cunoscut faptul că  $(G, \cdot)$  este grup, să se arate că  $(G, \cdot) \simeq (\mathbb{C}^*, \cdot)$ .

**Timp de lucru:** 45 de minute

**Punctaj:** din oficiu – 1 p  
subiectul 1 – 1,5 p  
subiectul 2 – 2 p  
subiectul 3 – 1,5 p  
subiectul 4 – 4 p